

福建农林大学考试试卷 (A) 卷

2020—2021 学年 第 一 学期

课程名称: 高等数学 A1/B1 考试时间: 120 分钟

| |
|----|
| 得分 |
| |

一、单项选择题 (每小题 3 分, 共 27 分)

1. 已知 $f(x)$ 在点 x_0 连续, $\varphi(x) = |f(x)|$, 则 $x = x_0$ 是 $\varphi(x)$ 的 ().

- (A) 跳跃间断点 (B) 连续点 (C) 可去间断点 (D) 无穷间断点

2. 设 $f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x^2}$, 则曲线 $f(x)$ ().

- (A) 仅有水平渐近线 (B) 仅有铅直渐近线

- (C) 既有水平渐近线又有铅直渐近线 (D) 没有渐近线

3. 函数 $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 1 \\ e^x, & x > 1 \end{cases}$ 在 $x = 1$ 处 ().

- (A) 左右导数存在但不相等 (B) 左右导数存在相等

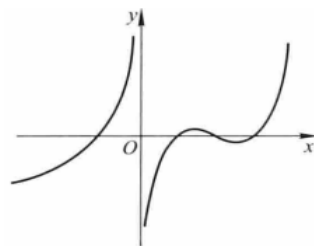
- (C) 不可导, 可以计算 $\int_0^2 f(x) dx$ (D) 不可导, 不可以计算 $\int_0^2 f(x) dx$

4. 已知 $y = \frac{1}{(x-2)(x-3)}$, 则 $y''' = ()$.

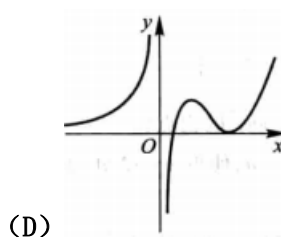
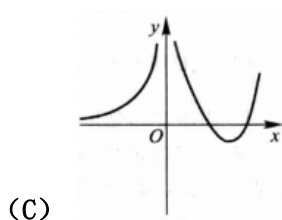
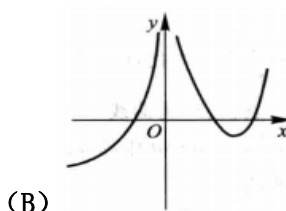
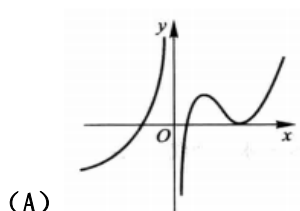
- (A) $3! \left(\frac{1}{(x-3)^4} - \frac{1}{(x-2)^4} \right)$ (B) $-3! \left(\frac{1}{(x-3)^4} + \frac{1}{(x-2)^4} \right)$

- (C) $3! \left(\frac{1}{(x-3)^4} + \frac{1}{(x-2)^4} \right)$ (D) $-3! \left(\frac{1}{(x-3)^4} - \frac{1}{(x-2)^4} \right)$

5. 函数 $f(x)$ 在定义域内可导, $f(x)$ 的图形如右,



则 $f'(x)$ 的图形 ().



6. 若 $x \rightarrow 0$ 时, $e^x - 1 - ax - bx^2$ 为 x^3 的同阶无穷小量, 则 ().

- (A) $a = b = 1$ (B) $a = \frac{1}{2}, b = 1$ (C) $a = b = -1$ (D) $a = 1, b = \frac{1}{2}$

7. 积分 $a = \int_1^e \ln x dx$, $b = \int_1^e \ln^2 x dx$ 的大小 ().

- (A) $a < b$ (B) $b < a$ (C) $b \leq a$ (D) $a \leq b$

8. 下列反常积分收敛的是 ().

- (A) $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x}{1+x^2} dx$ (B) $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{1+x^2} dx$ (C) $\int_1^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x}} dx$ (D) $\int_0^{+\infty} (1+x) dx$

9. 已知 $y'' + 2y' - 8y = 0$, 则其方程的通解 $y(x) = ()$.

- (A) $C_1 e^{-4x} + C_2 e^{2x}$ (B) $C_1 e^{4x} + C_2 e^{-2x}$
(C) $C_1 e^{-4x} + C_2 e^{-2x}$ (D) $C_1 e^{4x} + C_2 e^{2x}$

| | |
|----|-----------------------|
| 得分 | 二、填空题（每小题 3 分，共 15 分） |
| | |

10. 函数 $\begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases}$ 在 $t = \pi$ 处的切线方程_____.

11. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin x)^{\frac{2}{\tan x}} =$ _____.

12. 已知 $f(x)$ 的一个原函数是 $\sin x$ ，则 $\int x f'(x) dx =$ _____.

13. $\int_{-1}^1 (x^2 \arcsin x + |x| e^{x^2}) dx =$ _____.

14. 已知 $y'(x) = y^2(x) + 1$ ，则 $y(x) =$ _____.

| | |
|----|-----------------------|
| 得分 | 三、计算题（每小题 9 分，共 27 分） |
| | |

15. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x}{x^2 e^x - x^2}.$

16. 已知 $f'(x^2) = -2x^2 + \frac{1}{1-x^4}$ ，且 $f(0) = 0$ 求 $f(x)$.

17. 设函数 $I(x) = \int_1^{e^x} (t - e) \ln t dt$ ，求 $I(x)$ 在 $x \in (-\infty, +\infty)$ 上的极值点.

| |
|----|
| 得分 |
| |

四、计算题（每小题 10 分，共 20 分）

18. 求曲线 $x = y^2$ 和直线 $y = \frac{x-3}{2}$ 所围封闭图形的面积.

19. 计算 $y = \sqrt{x} \sin x, x \in [0, 2\pi]$ 绕 x 轴旋转后一周的体积.

| |
|----|
| 得分 |
| |

五、证明题（11 分，注意:高数 A1 考生选做（1），高数 B1 考生选做（2））

20. (1) 已知 $f(x) = (x-1)(x-2)\cdots(x-6)$ ，在不求解方程的前提下，

判断 $f''(x) = 0$ 有几个根.

(2) 当 $b > a > 0$ 时，证明不等式：
$$2ae^{a^2} \leq \frac{e^{b^2} - e^{a^2}}{b - a} \leq 2be^{b^2}.$$