

# 福建农林大学考试试卷 (A) 卷

2020——2021 学年 第 一 学期

课程名称: 高等数学 D 考试时间: 120 分钟

得分

一、单项选择题 (每小题 3 分, 共 15 分)

1、当  $x \rightarrow 0$  时,  $\frac{1}{6}x^3$  是  $x - \sin x$  的( )无穷小.

A. 低阶                      B. 高阶                      C. 等价                      D. 同阶但不等价

2、若  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x}$  和  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x}$  都存在, 则( ).

A.  $f(x)$  在  $x=0$  点连续                      B.  $f(x)$  在  $x=0$  点可导

C.  $x=0$  是  $f(x)$  的极值点                      D.  $x=0$  是  $f(x)$  的拐点

3、点  $x=0$  是函数  $f(x) = \frac{1}{2020 + e^{\frac{1}{x}}}$  的( ).

A. 点可去间断点                      B. 跳跃间断                      C. 无穷间断点                      D. 以上结论都不对

4、已知函数  $f(x)$  是连续的, 且  $\int_0^{x^3-1} f(t)dt = x$ , 则  $f(7) = ($  ).

A.  $\frac{1}{147}$                       B.  $\frac{1}{8}$                       C.  $\frac{1}{6}$                       D.  $\frac{1}{12}$

5、下列广义积分发散的是( ).

A.  $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2} dx$                       B.  $\int_0^{+\infty} \frac{1}{1+x^2} dx$                       C.  $\int_e^{+\infty} \frac{1}{x \ln x} dx$                       D.  $\int_e^{+\infty} \frac{1}{x(\ln x)^2} dx$

得分

二、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

6、若函数  $f(x) = \begin{cases} (1-x)^{\frac{2}{x}}, & x > 0 \\ x+a, & x \leq 0 \end{cases}$  在  $x=0$  处连续, 则  $a =$  \_\_\_\_\_.

7、函数  $f(x) = x^3 - 3x$  在区间  $[0, 3]$  上满足拉格朗日中值定理的中值点  $\xi =$  \_\_\_\_\_.

8、曲线  $\begin{cases} x = 2 \cos t \\ y = 4 \sin t \end{cases}$  在  $t = \frac{\pi}{4}$  处的切线方程为 \_\_\_\_\_.

9、已知  $z = x^y$ , 则  $dz|_{(e,1)} =$  \_\_\_\_\_.

10、交换积分次序:  $\int_0^2 dy \int_{y^2}^{2y} f(x, y) dx =$  \_\_\_\_\_.

得分

三、计算题（每小题 7 分，共 49 分）

11、求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right)$ .

12、设函数  $y = y(x)$  由方程  $e^y + xy = e$  所确定, 求  $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=0}$ .

13、已知  $f(x) = \begin{cases} xe^x, & x \in [0, 1] \\ 1 & \text{其他} \end{cases}$ , 求  $\int_0^2 f(x) dx$ .

14、求不定积分  $\int \frac{1}{1+e^x} dx$ .

15、设  $z = \ln(x^2 + xy + y^2)$ ，求  $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y}$ .

16、计算  $\iint_D \frac{x}{y^2} d\sigma$ ，其中  $D$  是由曲线  $xy = 1$ ,  $y = x$  与  $x = 2$  所围成的闭区域.

17、求微分方程  $(x^2 + 1) \frac{dy}{dx} + 2xy = 4x^2$  的通解.

得分	四、综合题（每小题 8 分，共 16 分）

18、已知  $y = \frac{2x-1}{(x-1)^2}$ ，求 (1) 单调区间与极值；(2) 凹凸区间与拐点.

19、已知平面图形  $D$  是由抛物线  $y = 1+x^2$ ，直线  $y = 2x$  及  $y$  轴所围成的封闭图形，  
(1) 求该图形  $D$  的面积，(2) 求图形  $D$  绕  $x$  轴旋转一周所形成的旋转体的体积.

分	五、证明题（共 5 分）

20、已知函数  $f'(x)$  在  $[0, 3]$  上存在， $f(1)+f(2)=8$ , 且  $f(3)=4$ .

证明：至少存在一点  $\xi \in (0, 3)$ ，使得  $f'(\xi) = 0$ .